Model-Model Regresi untuk Analisis Kausalitas

Wahyu Widhiarso
Fakultas Psikologi UGM, Yogyakarta
Bahan Perkuliahan
Tahun 2013

1 Pengantar

Model ini menjelaskan analisis pada penelitian dengan eksperimen acak yang mengacu teori, yang menentukan efek kausal individual dan rerata, serta mempelajari hubungan antara konsep-konsep dan kondisi harapan *E(Y|X=x)* dari Y respon dalam kondisi perlakuan *x*.

1.1 Prima Facie Effect (PFE).

Tanpa adanya konkomitan dan kovariats, maka PFE dijabarkan dengan persamaan berikut:

$$\text{PFE (i, j)}=\text{E(Y|X=x}_\text{i}\text{)} - \text{E(Y|X =x}_\text{j}\text{)}$$

- Persamaan PFE (i, j)=ACE (i, j), berlaku jika unit pengamatan dilakukan secara acak pada dua kelompok penelitian (eksperimental vs. kontrol).
- Meski persamaan di atas berlaku pada populasi, belum tentu berlaku pada subpopulasi
- Oleh karena itu diperlukan kriteria kausalitas selain causal unbiasedness yang dapat diuji secara empirik

1.2 Peranan Teori.

Teori-teori dari para ahli di muka kemudian dijabarkan menjadi beberapa contoh.

1. Menunjukkan peran penting dari randomisasi
2. Menunjukkan bahwa ada aplikasi di mana unit observasional bukan hanya dipengaruhi oleh individu semata akan tetapi interaksi individu dan situasi
3. Menunjukkan bahwa causal unbiasedness dari efek prima facie mungkin dapat terjadi secara insidentil.

1.3 Konsep Jerzy Neyman

Neyman (1935) mendefinisikan kausal efek individual dalam bentuk:

$$\text{E(Y|X=x}_\text{i}\text{,U=u)} - \text{E(Y|X=x}_\text{j}\text{,U=u)}$$

Efek kausal didefinisikan sebagai selisih antara ketika individu diberikan perlakuan $X=x_i$ dan $X=x_j$, yang diamati melalui U=u.

Observasi yang sama pada unit u sulit untuk di uji dan kurang masuk akal karena ada pengaruh efek posisi dan efek transfer.

Oleh karena itu Neyman mengembangkan rerata efek kausal (*average causal effect*), yang menjelaskan efek individu-individu dalam populasi ketika diberikan perlakuan $X=x_i$ dan $X=x_j$.

$$E(Y|X=x_i) - E(Y|X=x_j)$$

Syaratnya unit observasi yang dilibatkan dipilih melalui *random assignment*.

1.4 Konsep Donald Rubin

Dalam teori probabilitas klasik, setiap model stokastik didasarkan pada setidaknya satu probabilitas ruang terdiri dari:

1. Set Ω (Omega) yang menunjukkan kemungkinan hasil dari percobaan acak dipertimbangkan
2. Himpunan A dari peristiwa
3. Probabilitas pengukuran P menugaskan seorang (biasanya tidak diketahui) probabilitas untuk masing-masing kejadian yang terjadi.

Dalam aplikasi seperti ini, ruang probabilitas menjelaskan eksperimen acak (fenomena empirik) yang dipertimbangkan.

Teorema 1. Jika U dan X bersifat stokastik independen, maka setiap nilai yang diharapkan bersyarat E (Y | X = x) adalah kausal bias. Independensi Stochastic U variabel pengamatan -unit dan X pengobatan variabel sengaja dapat dibuat dengan teknik acak tugas unit dengan kondisi eksperimental. Oleh karena itu, Teorema 1 membantu untuk memahami pentingnya teknik eksperimen . Bersama dengan Corollary 1 itu membuktikan bahwa pengacakan cukup untuk unbiasedness penyebab efek prima facie . 17 Namun, perlu diketahui bahwa kemerdekaan stokastik dari U dan X adalah cukup tetapi tidak perlu menyiratkan unbiasedness kausal. Berikut ini adalah kondisi yang cukup kedua yang menyiratkan unbiasedness kausal.

Teorema 2. (Homogenitas perlakuan). Jika Y adalah X regressively independen kondisional dari U, misalnya:

$$E(Y|X,U)=E(Y|X)$$

maka setiap nilai yang diharapkan bersyarat E(Y|X=x) adalah kausal bias.

Persamaan ini dapat disebut homogenitas unit perlakuan (*unit-treatment homogeneity*). Ini berarti bahwa di bawah kondisi pengobatan tertentu x semua unit u memiliki nilai yang sama diharapkan E(Y|X=x,U=u)=E(Y|X=x).

Perlu diperhatikan bahwa berbeda dengan independensi U dan X, Persamaan ini tidak di bawah kontrol eksperimen itu. Meskipun jarang berlaku, hal itu tetap merupakan kondisi yang cukup untuk causal unbiasedness yang mungkin berguna dalam beberapa aplikasi.

Probabilitas pemberian perlakuan. Disimbolkan dengan P(X=x1|U=u), artinya probabilitas individu untuk terlibat dalam pemberian perlakuan.

2 Contoh 1

Unit Observasi	$P(U=u)$	$E(Y\|X=x_1,U=u)$	$E(Y\|X=x_2,U=u)$	Probabilitas Individual untuk Mendapatkan Perlakuan $P(X= x \mid U=u)$		
				Contoh 1a	Contoh 1b	Contoh 1c
u1	1/2	85	91	1/4	1/2	1/3
u2	1/2	105	109	3/4	1/2	1/3

Menurut teori total probabilitas, probabilitas bersyarat untuk perlakuan didefinsikan dengan $P(X=x_1)= \Sigma\ P(X=x_1|U=u_i) \times P(U=u_i)=1/2$ (untuk contoh 1a dan 1b) serta $P(X=x_1)=1/3$ untuk contoh 1c.

Contoh 1a. Probabilitas pemberian perlakuan individu tergantung pada orang dan nilai harapannya dalam kondisi perlakuan. Kita tetapkan bahwa u=2 memiliki peluang mendapatkan skor tinggi pada pre-test (x1) dibanding dengan u=1. Sebaliknya, u=1 memiliki peluang mendapatkan post-test (x2) yang tinggi.

Contoh 1b. Probabilitas semua unit untuk mendapatkan skor tinggi dalam pre-post dibuat sama yaitu 1/2. Dalam contoh ini terdapat independensi stokastik dari U dan X, karena nilai X=x tidak dipengaruhi oleh U=u.

Contoh 1c. Menggambarkan bahwa independensi stokastik dari U dan X tidak harus menunjukkan bahwa probabilitas mendapatkan skor yang tinggi untuk xi dan xj adalah sama, namun bisa juga setara. Dalam hal ini, nilai harapan untuk tiap-tiap individu dibuat setara, misalnya 1/3.

Contoh 1c menyajikan desain dengan probabilitas sel yang sama dan Ib Contoh desain dengan probabilitas sel proporsional. Dalam model sampling ini akan sesuai dengan frekuensi sel yang sama dan proporsional, masing-masing.

Tabel 1 menunjukkan perbedaan dalam hal (*individual treatment assignment probabilities*).

Unit Observasi	$P(U=u)$	$E(Y\|X=x_1,U=u)$ (pre-test)	$E(Y\|X=x_2,U=u)$ (post-test)	Probabilitas Individual untuk Mendapatkan Perlakuan $P(X= x\| U=u)$		
				Contoh 1a	Contoh 1b	Contoh 1c
u1	1/2	85	91	1/4	1/2	1/3
u2	1/2	105	109	3/4	1/2	1/3

Menurut teori total probabilitas, probabilitas bersyarat untuk perlakuan didefinisikan dengan $P(X=x1)= \Sigma\ P(X=x1|U=u_i) \times P(U=u_i)=1/2$ (untuk contoh 1a dan 1b) serta $P(X=x1)=1/3$ untuk contoh 1c.

2.1 Parameter Substantif dan Teknis.

Parameter substantif (*Substantive Parameters*) merupakan definisi yang terkait dengan teori kausal efek individual dan rata-rata. Istilah-istilah ini tidak dikenal dalam aplikasi analisis empiris biasa.

Parameter teknis (*Technical Parameters*) merupakan pengertian dalam model stokastik biasa dan dapat diestimasi tanpa asumsi seperti independensi U dan X atau homogenitas unit perlakuan.

Parameter Substantif. Efek kausal individual untuk masing-masing kedua unit didapatkan melalui persamaan berikut:

Nilai harapan tidak bias (*unbiased expected value*) dari Tabel 1 adalah:

$$ICE=E(Y|X=x_1,U=u_1) - E(Y|X=x_2,U=u_1)$$

- $ICE_{u1}(1,2)=85-91= -6$
- $ICE_{u2}(1,2)=105-109= -4$

Rerata efek kausal (*average causal effect*) yang dihasilkan adalah:

$$ACE=CUE(Y|X=x_1)-CUE(Y|X=x_2)$$

- $ACE(1,2)= 95-100=-5$

Untuk unit acak, efek harapan untuk melakukan x1 selain x2 adalah -5. Nilai ini merupakan estimasi terbaik terhadap efek kausal individual ketika tidak ada informasi apapun tentang individu yang tersedia.

(to be continued)